

Beskriv grundlaget for den specielle relativitetsteori. Forklar på grundlag af tankeeksperimenter nogle af de fænomener, der følger af den specielle relativitetsteori, herunder længdeforkortelse, tidsforlængelse og opfattelsen af samtidighed.

Gør rede for Lorentz-transformationens matematiske egenskaber og vis, hvordan den forklarer nogle af fænomenerne i relativitetsteorien.

Inddrag forsøget med måling af myonens levetid.

Omfanget af opgaven forventes at være 15-20 sider excl. bilag.

ABSTRACT

This project looks at the special theory of relativity. Its foundation, how it is build up, what consequences it has and finally how to prove it experimentally by measuring at muons lifetime. By looking at the classical physics and various eksperiments, it is made very clear, why the traditional way of thinking physics doesn't work. So through postulates and logical reason this project explains the lorentz factor and the lorentz transformation, the very core in the special theory of relativity. Further more does the project explain, what the consequences of this new way of thinking are in order to give an understanding of the results the experiment gives. The project indicates that things moving near the speed of light have a strange way of observing phenomena like time and lenght. And that explains why we at all are able to detect muons at the surface of Earth.

INDHOLDSFORTEGNELSE

Forside	
Abstract	
Indholdsfortegnelse	
Indledning	
Metodeafsnit	
Den klassiske fysiks grundlag	
Galileitransformationen	
Lysets hastighed, Michelson-Morleys forsøg og Newtons 2. lov	
Den specielle relativitetsteori	
Einsteins postulater.....	
Samtidighed	
Lorentztransformationen	
Rækkeudvikling og løse ender	
Relativistisk kinematik	
Længdeforkortelse	
Tidsforlængelse	
Eftervisning af den specielle relativitetsteori ved forsøg med myoner.....	
Sammenhængen mellem længdeforkortning og tidsforlængelse.....	
Afslutning	
Perspektivering	
Litteraturliste	
Bilag	

DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI

Indledning

Revolutioner indenfor fysik sker sjældent, men når det så sker, ændrer det virkelig på vores måde at opfatte virkeligheden på. Da den specielle relativitetsteori så dagens lys i 1905¹, blev det starten på en af de største revolutioner. Naturligvis fremdrog Einstein, ophavsmanden til den specielle relativitetsteori, ikke bare hans idéer og tanker op af en sort hat, men i stedet han stod han på skuldre af fortidens kæmper, og derfor kunne han se længere end nogen anden. Og nok derfor er det særligt svært at forstå. Denne opgave vil forsøge at forklare den specielle relativitetsteori ved hjælp af hverdagsituationer, tankeeksperimenter og logisk resonement. Den vil inddrage den specielle relativitetsteoris grundlag, for på den måde at give et dybere forståelsesgrundlag. Den vil give et oprids af nogle af konsekvenserne af den specielle relativitetsteori, for at forklare hvilken betydning, dette har. Og til sidst vil opgaven forsøge eksperimentelt at eftervise relativitetsteorien. Da den specielle relativitetsteori har meget omfattende emne, er det selvfølgelig ikke alt, der er kommet med. Opgaven indbefatter alt det, som er relevant for mit afsluttende forsøg. Derfor er hverken forbindelserne med Maxwells ligninger², den relativistiske optik³ eller den relativistiske mekanik⁴ med.

Den klassiske fysiks grundlag

Den nemmeste måde at tage hul på den specielle relativitetsteori og konsekvenserne af denne er ved at forklare noget om den klassiske fysik, og forklare, hvorfor denne umuligt kan være rigtig.

Galileitransformationen⁵

I den klassiske fysik benytter man sig af galileitransformationen som et grundlag for al udregning. For at kunne udlede denne, skal vi forstille os, at man betragter en begivenhed i to forskellige inertialsystemer, som er i bevægelse i forhold til hinanden. Det ene system betegner vi $S(x, y, z, t)$ og det andet, som bevæger sig med hastigheden v ud af x -aksens retning, betegner vi

¹ 2AM, s. 98

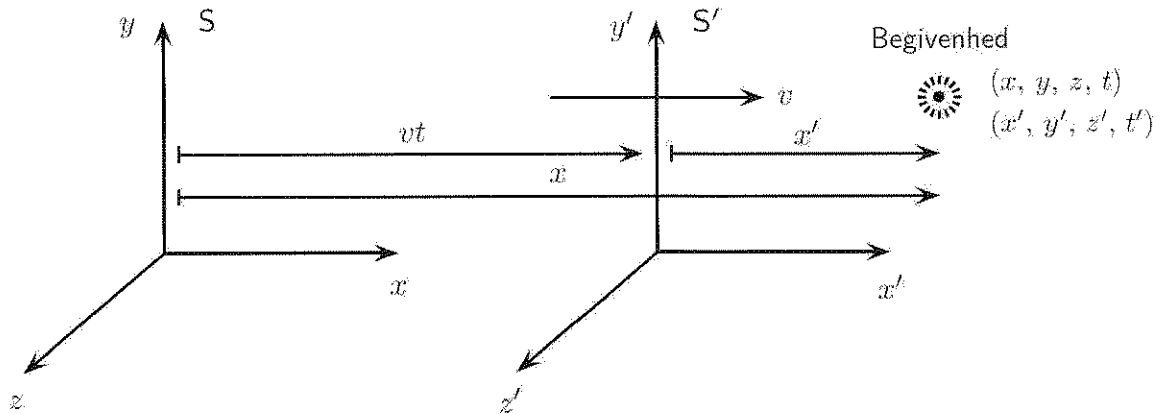
² INTRO, s. 6 og FS, s. 114.

³ INTRO, s. 59

⁴ 2AM, s. 106

⁵ 2AM, s. 94, IM, s. 453 og INTRO, s. 3

$S'(x', y', z', t')$. De to systemer er ens i tiden $t = t' = 0$, og man antager, at tiden ikke er afhængig af koordinatsystemet, $t = t'$.



6

Som det bliver tydeliggjort i overstående diagram, bevæger S' sig strækningen vt i tiden t , og man kan derfor beskrive følgende sammenhæng mellem S og S' :

$$\begin{aligned} x &= x' + vt' & x' &= x - vt \\ y &= y' & y' &= y \\ z &= z' & z' &= z \\ t &= t' & t' &= t \end{aligned} \quad \leftrightarrow$$

Overnævnte relationer kaldes for galileitransformationen. Sammenhængen mellem hastighederne kan findes ved differentiation:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v = \frac{dx'}{dt'} + v, \text{ da } t = t'$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}$$

Og på den måde får vi:

$$v_S = v'_S + v$$

⁶ Billedet er lånt fra INTRO, s. 3

Denne sætning betyder, at hvis man står i et tog, som kører fremad med 80 km/t, og du kaster et æble fremad med 20 km/t, bevæger æblet sig 100 km/t for folk uden for toget, men kun 20 km/t for folk inde i toget.

Hvis man igen benytter sig af differentiation får man:

$$a_S = a_{S'}$$

da v er konstant. Accelerationer er altså uafhængige af koordinatsystemer. Det betyder bl.a. at Newtons 2. lov, $F = ma$, er invariant over for galileitransformationen⁷, den har altså samme gyldighed i alle koordinatsystemer.

Lysets hastighed og Michelson-Morleys forsøg samt Newtons 2. lov

Galileitransformationen fungerer kun ved lave hastigheder, hvilket man ikke viste i datiden, og i stedet anså man dem som almengyldige, men i takt med at teknologien blev forbedret og nye opdagelser blev gjort, slog den klassiske fysik sprækker. I følgende afsnit gennemgår vi det forsøg, som Michelson og Morley udførte, som gav nådestødet til den klassiske måde at opfatte verden på, samt en generel betragtning af Newtons 2. lov.

Allerede i 1676, hele 11 år før Newton udgav sine love, gjorde den danske astronom Ole Rømer (1644-1710) en opdagelse, som senere skulle få store konsekvenser. Han observerede en af Jupiters måner, imens denne trådte ind i Jupiters helskygge.⁸

Han havde forinden beregnet, hvornår dette skulle ske efter en måling af månens omløbstid, men hændelsen skete med 11 minutters forsinkelse. Dette forklarede han ved at lyset har en endelig hastighed og han beregnede denne hastighed til at være $2.3 \cdot 10^8$ m/s. Senere er hastigheden sat til at være $2.99792458 \cdot 10^8$ m/s.⁹

I 1887 gik en teori ud på, at man kunne måle ændringer i denne hastighed, grundet en idé om, at lyset skulle bruge et medium af udbrede sig i, på samme måde som man ser det med bølger i vand og luft.¹⁰ Dette medium, den såkaldte æter, ville være i hvile i forhold til solen og Jordens rotation rundt om den, således, at man ville kunne måle ændringer i lysets hastighed på ca. 30 km/s, svarende til Jordens hastighed rundt om solen. Forsøget gik ud på, at man sendte lys af sted fra en

⁷ 2AM, s. 94

⁸ 2AM, s. 95-96 og INTRO, s. 6

⁹ LI og FS, s. 114

¹⁰ IM, s. 445, 2AM, s. 96 og INTRO, s. 8

lyskilde, lod lysstrålen dele sig op ved hjælp af et halvgennemsigtigt spejl, således, af den ene del af strålen rejste parallelt med Jordens bevægelsesretning, og den anden rejste vinkelret på. På et tidspunkt ville de blive spejlet og vende tilbage mod det halvgennemsigtige spejl, for til sidst at mødes med den anden lysstråle, som havde rejst præcis samme strækning men ikke i samme retning, og lave et interferensbillede med denne. Idéen var, at dette interferensbillede ville ændre sig i takt med, at Jorden bevægede sig rundt om Solen, hvis galileitransformationen var korrekt. Se forklaringen underneden. Dette var ikke tilfældet, og konklusionen blev derfor, at lysets hastighed er den samme i alle inertialsystemer.

Den tid, T_1 , det tog for lyset at bevæge sig strækningen parallelt med jordens bevægelses retning var

$$T_1 = \frac{l'}{c+v} + \frac{l'}{c-v} = \frac{2l'c}{c^2 - v^2}$$

Hvor l' er længden mellem det halv gennemsigtige spejl og v er Jordens hastighed rundt om Solen.

Altså

Strækningen vinkelret på Jordens bevægelsesretning tog for lyset tiden, T_2

$$T_2 = \frac{2l'}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

da lyset bevæger med hastigheden c' , som er den sidste katete i en hastighedstrekant med kateten v og hypotenusen c .

Man kan derfor udlede, at

$$\Delta T = T_1 - T_2 = 2l' \frac{c - \sqrt{c^2 - v^2}}{c^2 - v^2}$$

Og herfra følger

$$\Delta T \neq 0, \text{ hvis } v \neq 0$$

Dette betyder, at det vil tage lyset forskellig tid, at nå de to lige lange afstande, hvis galileitransformationen er rigtig. Hvis man så forestiller sig, at man drejer hele opstillingen 90° således, at den strækning, der før var parallel med Jordens bevægelsesretning, nu kommer til at være vinkelret på bevægelsesretningen, og omvendt, vil interferensbilledet ændre sig. Og dette skete ikke. Lyset har altså altid den samme hastighed, og lys følger derfor ikke galileitransformationen. Den nemmeste måde at vise dette på, er med en forestilling om, at du kører i en bil med 99.99 % af lysets hastighed. Så tænder du forlygterne. Lyset, udsendt fra

forlygterne bevæger sig nu ikke med to gange lysets hastighed, men stadig med sin normale fart både set fra dit synspunkt og alle andres synspunkter. Dette forsøg, som ikke lykkes, blev starten på det, som man senere skulle kalde relativitetsteorien.

Andre eksperimenter med partikler, som man accelererede voldsomt op, skulle teste Newtons 2. lov, $F = a \cdot m$, som fortæller os, at en partikel med massen m vil få hastigheden

$v = v_0 + at = v_0 + \frac{F}{m}t$, hvis man påvirker den med den konstante kraft F ¹¹. Bliver t tilpas stor, vil v i sidste ende blive større end c , hvilket strider imod alle observerede forsøg. Det lykkes nemlig "kun" at accelerere partikler op til hastigheder, der nærmer sig lysets. En måde at omgå dette problem på, blev man i stedet nødt til at anfører Newtons 2. lov på formen $F = \frac{dp}{dt}$, hvor $p = m \cdot v$. På den måde betyder det, at man ikke nødvendigvis øger en partikels hastighed ved at tilføje mere kraft, man kan også øge dens masse.

Den specielle relativitetsteori

Da den klassiske fysik på mange områder er rigtig¹², skulle datidens fysikere finde en måde at inkludere de nye resultater i den gamle teori. Dette formåede Einstein. Han byggede videre på de gamle teorier, men brugte de nye tanker og resultater til at lave nogle teser, som han så brugte til videre beregninger.

Einsteins postulater

Albert Einstein (1879-1955) skabte i 1905 den specielle relativitetsteori, da han kom med sine tre postulater:¹³

- 1) I det tomme rum er lyshastigheden den samme i alle retninger, uafhængig af såvel lyskildens som observatørens bevægelse.
- 2) De fysiske love har samme form i alle inertialsystemer, som må anses for at være ligeberettigede.
- 3) De fysiske love, herunder overgangsformlerne mellem inertialsystemer, har korrespondens til den klassiske fysik.

¹¹ 2AM, s. 97

¹² 2AM, s. 97

¹³ 2AM, s. 98.

Det er disse tre postulater, som udgør grundlaget for den specielle relativitetsteori. Disse tre postulater var som sådan ikke det interessante. Det var de resultater, man kom frem til efter beregninger til gengæld.

Samtidighed og længdemåling¹⁴

Einstein reviderede den datidige opfattelse af tid og rum ved at se konsekvenserne af hans postulater. Følgende tankeeksperiment, Einsteins berømte togekspertiment, inddrager Einsteins første postulat og ser, ud fra den, sammenhængen mellem tid og hastighed.

To lyn rammer i hver sin ende af et tog i bevægelse. En person, som står på jorden og er placeret midt i mellem tid to lyn, vil opleve, at de to lyn slog ned på samme tid, da det taget lyset lige lang tid at nå hen til ham. En person placeret midt på toget vil opleve, at de to lyn slog ned på hver sin tid, da han bevæger sig i mod det ene af lynnedslagene, og lyset fra dette vil derfor skulle bevæge sig en kortere strækning. Ud fra Einsteins 1. postulat kan man altså drage, at tiden ikke er uafhængig af hastigheden, og er derfor ikke ens i de to inertialsystemer, som vi behandlede i forbindelse med galileitransformationen.

Ligeledes er der en forbindelse mellem længde og hastighed. Hvis lynene afsætter to mærker, når de rammer hver sin side af toget, vil personen på jorden påstå, at afstanden i mellem de to mærker er den samme som togets længde. Men personen på toget vil påstå, at afstanden i mellem de to mærker er for kort i forhold til toget rigtige længde, da han se mærket ved en forreste vogn blive sat før den ved den sidste vogn. Den faktor, som den er i mellem de to opfattelser af længden, kaldes lorentzfaktoren efter den hollandske fysiker H. A. Lorentz (1853-1928)¹⁵, og er den samme faktor, som to forskellige personer i henholdsvis hvile og bevægelse opfatter tid, men det vender vi tilbage til.

Lorentztransformationen¹⁶

På samme måde, som vi før, under galileitransformationen, så på en begivenhed i to ens inertialsystemer, skal vi nu gøre det samme, bare med Einsteins postulater og vores

¹⁴ INTRO, s. 18-20, 2AM, s. 98.

¹⁵ 2AM, s. 99

¹⁶ 2AM, s. 99, INTRO, s. 23 og IM, s. 455

tankeeksperimenter i mente. Den ene med hastigheden v i x -aksens retning og betegnelsen $S'(x', y', z', t')$ og det andet i hvile $S(x, y, z, t)$. De er stadig ens til tiden $t = t' = 0$. Men den her gang antager vi ikke, at tiden er uafhængig af inertialsystemet. Vi ved, jf. vores tankeeksperiment om længde, at x' forekommer større for S' end $x - vt$ gør for S , og hvis vi antager, at transformationen er lineær, og kan den skrives som

$$x' = \gamma(x - vt), \text{ hvor } \gamma > 1$$

Omvendt bliver det

$$x = \gamma(x' - (-v)t')$$

da S bevæger sig med hastigheden $-v$ set fra S' 's synspunkt.

Vi udsender et lysglimt i tiden $t=t'=0$, som rammer x -aksen i tiden

$$t = \frac{x}{c} \text{ og } t' = \frac{x'}{c}.$$

Dette indsætter vi i vores antagelser om lineær transformation:

$$x' = \gamma \left(x - v \frac{x}{c} \right) = \gamma x \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

Og tilsvarende

$$x = \gamma \left(x' - v \frac{x'}{c} \right) = \gamma x' \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

Vi ganger de to ligninger sammen

$$xx' = \gamma^2 xx' \left(1 + \frac{v}{c} \right) \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

Og udleder γ :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Det er denne faktor, der kaldes Lorentzfaktoren.

En anden måde at komme frem til Lorentzfaktoren fås ved se på et lysur i bevægelse¹⁷. Et lysur består i sig selv af to spejle, en lysimpuls og en fotocelle. Fotocellen er monteret på et af urene og registrerer, hver gang lysimpulsen passerer. Et sådant ur kaldes et Feynman-ur. Det tager lyset tiden T_0 for en, der rejser med uret, at rejse imellem de to spejle. Længden, L , imellem de to spejle er

¹⁷ INTRO, s. 46.

givet ved $c \cdot T_0 \cdot \frac{1}{2}$. Nu sætter vi spejlene i bevægelse vinkel ret på L, og de bevæger sig med hastigheden v. Set fra en person udefra, bevæger lyset sig med tiden T i mellem de to spejle, og bevæger sig derfor i en retvinklet trekant med hypotenusen $c \cdot T \cdot \frac{1}{2}$, kateterne L, som stadig er $c \cdot T_0 \cdot \frac{1}{2}$ jf. Einsteins postulat om, at lyset bevæger sig med c i alle inertialsystemer, og $v \cdot T \cdot \frac{1}{2}$, altså halvdelen af den stækning, som spejlene bevæger sig i tiden T. Vi benytter os nu af Pythagoras' sætning for på den måde at finde størrelsesforholdet imellem T og T_0 .

Udregningerne ser derfor således ud:

$$\begin{aligned} \left(c \cdot T \cdot \frac{1}{2}\right)^2 &= \left(v \cdot T \cdot \frac{1}{2}\right)^2 + \left(c \cdot T_0 \cdot \frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \\ (c \cdot T)^2 &= (v \cdot T)^2 + (c \cdot T_0)^2 \rightarrow \\ c^2 \cdot T^2 &= v^2 \cdot T^2 + c^2 \cdot T_0^2 \rightarrow \\ c^2 \cdot T_0^2 &= c^2 \cdot T^2 - v^2 \cdot T^2 \rightarrow \\ T_0^2 &= T^2 - \frac{v^2}{c^2} \cdot T^2 \rightarrow \\ T &= T_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \end{aligned}$$

Og igen forkastes den negative rod.

Vi får altså formelen $T = \gamma \cdot T_0$. Det, der er interessant, er gamma. Hvad det betyder for tiden vender vi tilbage til.

På samme måde, som vi før opstillede et skema for galileitransformationen, skal vi også gøre det med lorentztransformationen. Vi henter vores ligning frem igen:

$x' = \gamma(x - vt)$, og vi indsætter nu γ

$$x = \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Og ligeledes

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Hvis vi husker på, at $t = \frac{x}{c}$ og $t' = \frac{x'}{c}$, kan vi også udlede reglerne for, hvordan man transformerer tiden:

$$t = \frac{t' - \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

og

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Igen så indeholder ingen transformationer y eller z , så disse ændres ikke. Transformationskemaet ser derfor sådan ud:

$$\begin{array}{lcl} x = \gamma(x' + vt') & & x' = \gamma(x - vt) \\ y = y' & \leftrightarrow & y' = y \\ z = z' & & z' = z \\ t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) & & t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{array}$$

Rækkeudvikling og løse ender

Hele overstående har nogle løse ender, som skal tages op.

Først og fremmest så antog vi at lorentztransformationen var lineær. Men hvad nu hvis, den ikke var det? Vi betragter derfor ikke-lineær transformation¹⁸, eksempelvis af typen

$$x' = ax^2 + bt^2$$

$$t' = cx + dt$$

Hvis vi forestiller os en partikel, der bevæger sig jævnt ud af x -aksen med efter formlen $x = vt$, og sætter dette ind i overstående ikke-lineære transformation, kommer det til at se sådan ud:

$$x' = av^2t^2 + bt^2 = (av^2 + b)t^2$$

$$t' = cvt + dt = (cv + b)t$$

Vi benytter de to til at fjerne t , så vi får

$$x' = \frac{av^2 + b}{(cv + b)^2} t'^2$$

¹⁸ INTRO, s. 25.

Dette betyder, at var der var en jævn bevægelse i S, er i S' blevet til en jævnt accelereret bevægelse, hvilket er imod vores forudsætning om, at både S og S' skal være inertialsystemer.

En anden problemstilling, som også er relevant at have med, er, hvordan lorentztransformationen opfører sig ved meget små hastigheder, altså den såkaldte ikke-relativistiske grænse, hvor $v \ll c$.¹⁹

Vi skal have estimeret værdien for

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Vi kalder $\frac{v^2}{c^2}$ for ε og γ for en funktion af ε :

$$f(\varepsilon) = (1 - \varepsilon)^a$$

hvor a er $-\frac{1}{2}$. Vi benytter Taylors formel, som er en formel, der angiver relationen mellem en vilkårlig funktion og et polynomium, der er en tilnærmelse af funktionen.

Vi benytter formelen af 0. orden, som vil give os et førstegradspolynomium, der vil tangere vores funktion i et punkt, vi selv vælger. Det punkt sætter vi til at være $\varepsilon = 0$, for på den måde finder vi en estimeret værdi for γ , hvor hastigheden er så tæt på 0 som muligt.

$$f(\varepsilon) \simeq \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} \cdot (\varepsilon - 0) + f(0) = f(0) + \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} \cdot \varepsilon$$

Vi benytter os af normale differentialregler

$$\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -a(1 - \varepsilon)^{a-1}$$

Og da $\varepsilon = 0$

$$\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -a$$

$f(0) = 1$, da $\varepsilon = 0$, hvilket vi, sammen med det overstående sætter ind i vores tangentligning:

$$(1 - \varepsilon)^a \simeq 1 - a\varepsilon$$

hvilket er det samme som:

$$\gamma \simeq 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

Dette betyder, at i forbindelse med meget små hastigheder reduceres lorentzfaktoren tilnærmelsesvis til 1, hvilket igen betyder, at lorentztransformationen bliver reduceret til

¹⁹ INTRO, s. 28 samt s. 127, FS, s. 116.

galileitransformationen. Dermed bliver den klassiske fysik til et særtilfælde af relativitetsteorien, hele dette understøtter Einsteins 3. postulat.

Relativistisk kinematik²⁰

Før vi kan gå i gang med den relativistiske kinematik, skal vi have fremskaffet lorentztransformationen på differensform.

Vi kigger på to begivenheder i S , P_1 og P_2 , som har henholdsvis har koordinaterne (x_1, y_1, z_1, t_1) og (x_2, y_2, z_2, t_2) .

Forskellen i deres koordinater findes på følgende måde

$$\Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1, \Delta z = z_2 - z_1 \text{ og } \Delta t = t_2 - t_1$$

Vi skal nu finde $\Delta x'$, $\Delta y'$, $\Delta z'$ og $\Delta t'$

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - vt_2) - \gamma(x_1 - vt_1) = \gamma((x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)) = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

Og på tilsvarende måde findes de andre tre:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Delta y' = \Delta y$$

$$\Delta z' = \Delta z$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$$

Dette skal vi bruge i de efterfølgende afsnit.

Længdeforkortelse²¹

Hvis vi vender tilbage til vores tankeeksperiment med toget, så ligger personen, som står på jorden, og er dermed i hvile, et målebånd ned på jorden langs togskinnerne. Når toget så kommer forbi, aflæser han hvor lang toget er på målebåndet på et splitsekund, vi sætter altså Δt til at være 0. Jf. de differensformer, vi udledte i foregående afsnit, bliver

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v \cdot 0) = \gamma \cdot \Delta x$$

Og omvendt

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma} = \Delta x' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

²⁰ 2AM, s. 101, INTRO, s. 28.

²¹ 2AM, s. 102, INTRO, s. 43 og FS, s. 116

Da $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \leq 1$ vil toget synes kortere for personen på jorden, end for personen på toget. Omvendt vil personen på toget føle, at målebåndet forkortes. Opfattelse af længde er derfor relativ.

Tidsforlængelse²²

Og den specielle relativitetsteori tager skridtet videre, og gør også opfattelsen af tid relativ. Vi forestiller os, at personen på toget starter et eksperiment. Eksperimentet foregår i et bestemt punkt, $\Delta x'$ er derfor 0. Personen på toget tager tid på eksperimentet og får tiden $\Delta t'$.

Vi bruger samme metode, som da vi fandt vores differensformer og får

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v \Delta x'}{c^2} \right)$$

Hvor vi nu indsætter $\Delta x' = 0$

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v \cdot 0}{c^2} \right) = \gamma \cdot \Delta t'$$

Og igen omvendt for man

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Personen på jorden vil føle, at eksperimentet på toget tager en evighed, men hvis han selv laver eksperimentet går det hurtigt. Omvendt føler personen på toget, at hans eksperiment går hurtigt, men person på jordens eksperiment snegler sig af sted. Dette er, i lighed med foregående afsnit, svært at forstå, da det bryder med alle gense opfattelser af tid. Men opfattelsen af tid er også relativ. Hvis vi erstatter Δt med T og $\Delta t'$ med T_0 , genkender man måske formelen $T = \gamma \cdot T_0$ fra vores tænkte eksperiment med Feynman-uret.

Eftervisning af den specielle relativitetsteori ved forsøg med myoner.²³

Fysik er et todelt fag. Den har både en teoretisk og en eksperimentel side. Eftersom der nu er redegjort for den teoretiske side og bevist den specielle relativitetsteori teoretisk, skal den derfor også eftervises eksperimentalt. Og gerne mere konkret end tankeeksperimenter. Forfatteren tog

²² FS, s. 116, INTRO, s. 44 og 2AM, s. 103

²³ Hele beskrivelsen kommer fra SSR

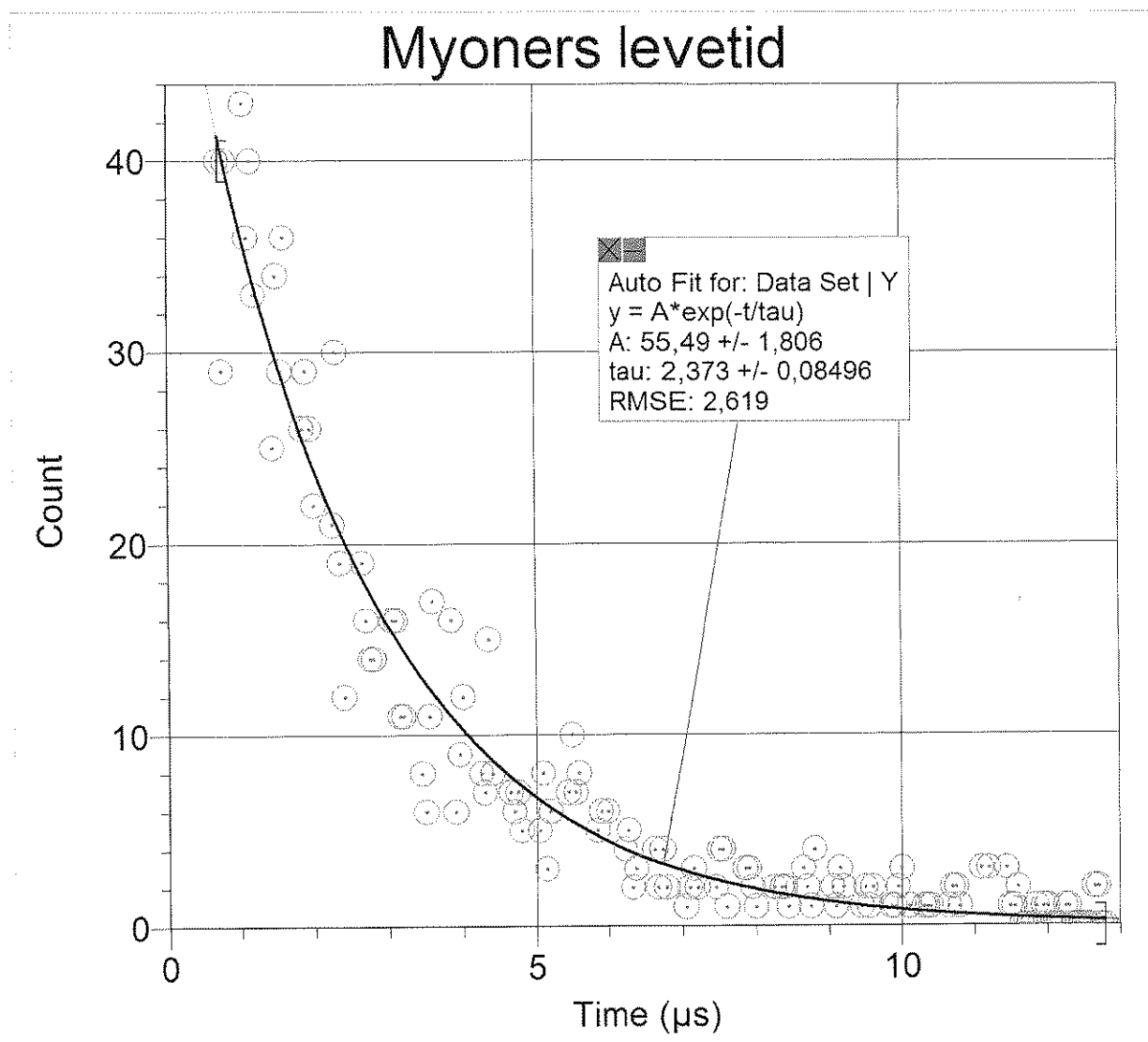
derfor kontakt til Aarhus Universitet for at benytte sig af de forsøg, de tilbyder gymnasieelever, som skriver SRP. I sig selv er forsøget ret simpelt, men kræver en del teori for at forstå. Rent praktisk benytter man sig af en specialt designet scintillatortæller, samt noget dataudstyr tilsluttet både scintillatortælleren og en computer. En scintillatortæller består af en scintillator, et materiale, i dette tilfælde natriumiodid, som udsender lys ved passagen af en ladet partikel, en lysleder, som leder lyset fra scintillatoren til fotomultiplikatoren, en fotomultiplikator, øger antallet af fotoner, så man kan registrere et signal, og en base, som registrer signalet og sender det videre til computeren. Scintillatortælleren er bygget med et tykt lag metal uden om, så sandsynligheden, for at stoppe en partikel inden i kassen, stiger.

Dataudstyret er bygget til at registrere hver gang, der kommer to impulser efter hinanden, og hvor lang tid der er i mellem dem. Tiden skal dog være et sted i mellem 0.05 mikrosekunder og 12.8 mikrosekunder, ellers starter maskinen forfra. På den måde frasorteres man partikler, som passerer igennem boksen, eller som ikke henfalder i dette tidsinterval, og elektroner, som ikke henfalder, og registrerer derfor kun partikler, som kommer ind i boksen og henfalder. Selvfølgelig kan det ske, at to partikler kommer igennem boksen inden for dette tidsinterval, men det anser man for usandsynligt. Tabellerne i bilag1 og bilag2 skal læses på følgende måde: I første kolonne "t/ μ s" angives levetiden, altså fra 0 til t. I anden kolonne "Tæl" angives, hvor mange partikler, der havde denne levetid.

Man sætter strøm til scintillatortælleren og dataudstyret og venter på, at computeren begynder at tælle. Vores forsøg tog lige knap tre timer, og vores data er ikke særligt gode, så derfor har forfatteren også inkluderet resultaterne fra et forsøg, som tog 400 timer.

Forsøget, der strakte sig over 4 timer:

Nedenstående graf er lavet ud fra tabellen i bilag2.



Først og fremmest skal det siges, at data fra 0 til 0.7 µs er taget fra. Ligeledes er alle de gange der ikke er blevet talt noget før 11.65 µs. Dette er gjort for at optimere vores fitningsresultat. Dette ville ikke være nødvendigt, hvis forsøget kunne tage uendeligt lang tid, men grundet StudieRetningsOpgaven kun er af to ugers varighed, er der blevet indgået et kompromis for at forbedre resultaterne.

Der er fittet til en funktion af typen

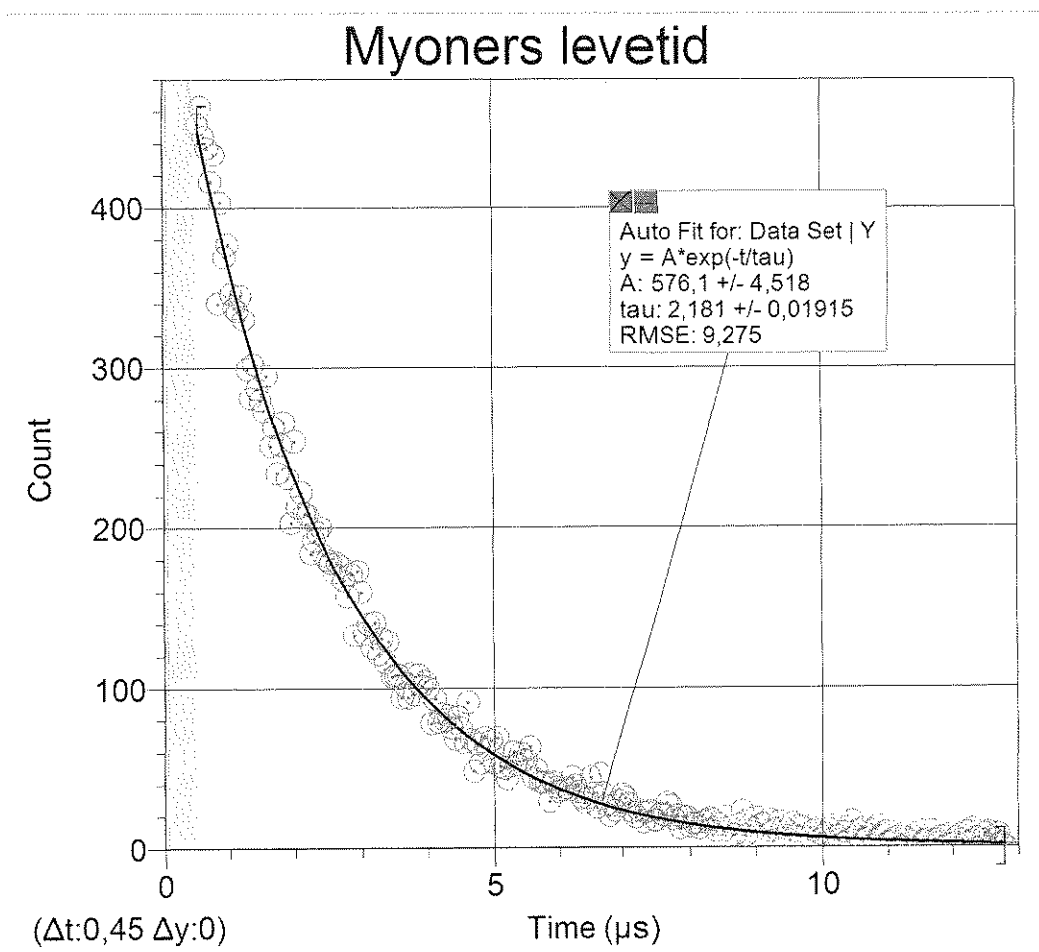
$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Hvor $N(t)$ er tælle-tallet ("Count"), N_0 er vores startmængde af myoner, et begreb som ikke har den store mening eller betydning i dette forsøg, t er den målte levetid og τ er myonens levetid.

Det man er ude efter er nemlig myonens levetid.

Vores forsøg giver os levetiden 2.373 μs .

Som lovet er underneden grafen for et forsøg, som tog 400 timer.



Måledata fra levetiden 0 og til 0.5 μs er undladt for at give et bedre og mere korrekt fitningsresultat, da der enten ikke var målt nogle partikler med denne levetid, eller der var målt et alt for lavt antal partikler i forhold til den normale tendens. Fittet med denne funktion gav os levetiden 2.181 μs . Den anerkendte værdi for myoner er målt til 2.197 μs ²⁴.

²⁴ MU

Vores forsøg afveg derfor med $\frac{2.373 \mu\text{s} - 2.197 \mu\text{s}}{2.197 \mu\text{s}} = 8\%$. Det andet forsøg med 0.7%. Begge

resultater taler derfor for, at forsøget var korrekt udført, samt det rent faktisk var myoner vil opfangede og målte på.

Hvorfor kan dette være et bevis for den specielle relativitetsteori?²⁵

Myoner bliver dannet i toppen af Jordens atmosfære, ca. 10 km oppe, der hvor denne møder den kosmiske stråling. Her bliver de dannet med en hastighed tæt på lysets, hvor efter myonerne rejser ned igennem Jordens atmosfære, og i sidste ende møder de vores scintillatortæller. Her bliver de så bremsede, og vi kan måle deres hvilelevetid. Det er sådan med partikler, at deres levetid ikke har noget at gøre med deres alder, men bygger på sandsynligheder. En myons levetid bliver derfor ikke kortere, bare fordi de har (over)levet turen ned gennem atmosfæren. Dette er ikke et argument for, at vi bare måler på de ekstremt heldige partikler, som mirakuløst har overlevet turen ned gennem atmosfæren, for hvis dette bare var tilfældet, så skulle vi være heldige overhovedet at måle nogle partikler. Det, der mærkeligt og som man skal lægge mærke til, er deres ekstremt korte levetid. Hvis man antager, at myonerne rejser med lysets hastighed, hvilket de også næsten gør, og bruger galileitransformationen til at finde ud af, hvor langt myonerne maksimalt kan rejse med deres levetid, opdager man, at der er noget galt.

$$\Delta x = c \cdot \tau = 659 \text{ m.}$$

Myonerne skal altså rejse 10 km, men har kun levetid til lidt over en halv.

Dette skyldes, at deres opfattelse af tid er anderledes, end vi er vant til.

Hvis vi bruger differensformen af lorentztransformationen finder vi den mindste lorentzfaktor

$$\gamma = \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ m}}{659 \text{ m}} = 15.2$$

Myonerne kan godt rejse længere, end de 10 km, fx hvis de tager en mere skrå vej ned igennem atmosfæren. Men hvis beregner på den lige vej, så finder vi også deres minimumshastighed.

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 15.1827 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{15.2}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Leftrightarrow v = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{1}{15.2}\right)^2\right]} \cdot c^2 = 2.99143 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Hastigheden er positiv, derfor bruger vi igen ikke den negative rod. Myonen bevæger sig dermed som minimum med

²⁵ Igen fra SSR.

$$\frac{v}{c} = \frac{2.99143 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2.99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = 0.997834 = 99.7834\%$$

af lysets hastighed.

Sammenhængen mellem længdeforkortning og tidsforlængelse

Set i lyset af vores udledninger og resultater, så ville det måske være oplagt, at spørge om følgende. Hvad nu hvis man bevæger med myonen? Så lever den jo kun 2.2 μ s for en selv, og kan derfor kun bevæge sig 660 m. Spørgsmålet forklarer ganske godt, hvorfor tidsforlængelse og længdeforkortelse er to sider af samme sag. For den, som "rider" på myonen, vil myonen ganske rigtigt kun leve 2.2 μ s. Men fordi den opfatter den afstand, den skal bevæge sig, som værende mindre. Den opfatter ganske simpelt de 10 km med gennem Jordens atmosfære, som værende 660 m. Omvendt så vil en person, der observerer myonen, stående på jordoverfladen således måle dens totale levetid som værende meget lang tid, og ser derfor intet problem i, at den kan rejse ned gennem Jordens atmosfære.

Afslutning

Da den klassiske fysik ikke længere kunne forklare, hvorfor nogle ting, opfører sig, som de gør, blev man nød til at lave en ny teori. Denne teori, den specielle relativitetsteori, bygger på antagelsen om, at lyset altid bevæger sig med samme hastigheder, og medfører, at ved meget høje hastigheder opfører klassiske begreber som tid og længde sig meget mærkeligt og helt anderledes i forhold til det, vi antager for logisk i vores dagligdag. Til gengæld er det ret nemt at bevise eksperimentalt. Der blev i opgaven fremvist resultater, som peger på, at den klassiske fysik ikke holder. Resultaterne kan forklares ved hjælp af den specielle relativitetsteori.

PERSPEKTIVERING

En opgave om den specielle relativitetsteori er særlig interessant at skrive lige nu, da det i stadig højere grad er relevant at vide noget om, hvad der sker ved høje hastigheder. Særligt i forbindelse med satellitter i kredsløb om Jorden. Det siges, at hvis man ikke tog højde for relativitetsteorien i forbindelse med gps-navigation, ville man i løbet af bare et år få en usikkerhed på 10 km. Der ud

over er det også værd at vide noget om den specielle relativitetsteori lige nu, da man gang på gang hører forskere snakke om den forenede feltteori. Teorien, der skal forene alle teorier. Teorien, der i smukke, letforståelige sætninger skal forklare naturens inderste hemmeligheder. Teorien over altting. Eller i daglig tale, alle naturvidenskabelige forskeres drøm. Denne teori vil givet flad kræve en nu fysisk revolution og en modifikation af den specielle relativitetsteori. En modifikation, som vil reducere den specielle relativitetsteori til et special tilfælde.

LITTERATURLISTE

- Christensen, Claus m.fl. *Fysikkens spor*. 1. udgave. Gyldendal. 1991. Forkortes FS.
- Dam, Mogens. *Introduktion til den specielle relativitetsteori*. 7. udgave. Niels Bohr Institutet. 2007. Forkortes INTRO.
- Kleppner, Daniel og Robert J. Kolenkow. *An introduction to mechanics*. International udgave. McGraw-Hill, Inc. 1978. Forkortes IM.
- Staffansson, Eve m.fl. *Fysik i grundtræk 2 A Mekanik*. 1. udgave. Munksgaard. 1974. Forkortes 2AM.
- Uggerhøj, Ulrik. *Studieretningsprojekter i Speciel Relativitetsteori*. 1. udgave. Aarhus Universitet 2010. Forkortes SSR.
- Wikipedia, the free encyclopedia. "Muon". 16.12.10, <http://en.wikipedia.org/wiki/Muon>
(Dato: 20.12.10). Forkortes MU.
- Wikipedia, the free encyclopedia. "Light". 16.12.10, <http://en.wikipedia.org/wiki/Light>
(Dato: 20.12.10) Forkortes LI.

BILAG1: Forsøgsdata taget over 400 timer

t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl
0,05	1	2,05	213	4,05	78	6,05	36	8,05	15	10,05	8	12,05	5
0,1	0	2,1	222	4,1	93	6,1	37	8,1	15	10,1	11	12,1	7
0,15	0	2,15	209	4,15	79	6,15	36	8,15	12	10,15	13	12,15	4
0,2	1	2,2	208	4,2	84	6,2	44	8,2	16	10,2	7	12,2	9
0,25	1	2,25	184	4,25	80	6,25	39	8,25	17	10,25	4	12,25	9
0,3	0	2,3	192	4,3	83	6,3	35	8,3	18	10,3	9	12,3	11
0,35	1	2,35	197	4,35	75	6,35	31	8,35	17	10,35	9	12,35	5
0,4	6	2,4	200	4,4	68	6,4	28	8,4	10	10,4	12	12,4	5
0,45	10	2,45	183	4,45	82	6,45	31	8,45	14	10,45	16	12,45	4
0,5	216	2,5	180	4,5	75	6,5	44	8,5	10	10,5	7	12,5	8
0,55	452	2,55	178	4,55	66	6,55	34	8,55	19	10,55	10	12,55	9
0,6	463	2,6	172	4,6	91	6,6	25	8,6	13	10,6	11	12,6	5
0,65	444	2,65	178	4,65	68	6,65	46	8,65	8	10,65	12	12,65	4
0,7	437	2,7	176	4,7	48	6,7	34	8,7	8	10,7	7	12,7	8
0,75	416	2,75	167	4,75	65	6,75	26	8,75	14	10,75	10	12,75	2
0,8	433	2,8	157	4,8	53	6,8	20	8,8	23	10,8	11	12,8	0
0,85	340	2,85	171	4,85	69	6,85	26	8,85	7	10,85	13		
0,9	403	2,9	133	4,9	62	6,9	23	8,9	13	10,9	8		
0,95	369	2,95	173	4,95	67	6,95	29	8,95	9	10,95	9		
1	377	3	160	5	53	7	33	9	18	11	10		
1,05	346	3,05	134	5,05	69	7,05	31	9,05	13	11,05	3		
1,1	337	3,1	140	5,1	51	7,1	27	9,1	14	11,1	5		
1,15	335	3,15	125	5,15	50	7,15	22	9,15	10	11,15	6		
1,2	345	3,2	141	5,2	43	7,2	19	9,2	17	11,2	7		
1,25	330	3,25	121	5,25	51	7,25	23	9,25	3	11,25	6		
1,3	299	3,3	131	5,3	60	7,3	16	9,3	11	11,3	5		
1,35	281	3,35	116	5,35	52	7,35	22	9,35	16	11,35	3		
1,4	302	3,4	129	5,4	59	7,4	23	9,4	12	11,4	6		
1,45	287	3,45	107	5,45	55	7,45	17	9,45	7	11,45	8		
1,5	280	3,5	108	5,5	55	7,5	17	9,5	4	11,5	10		
1,55	273	3,55	108	5,55	63	7,55	21	9,55	15	11,55	3		
1,6	295	3,6	94	5,6	44	7,6	20	9,6	13	11,6	4		
1,65	251	3,65	101	5,65	49	7,65	28	9,65	13	11,65	10		
1,7	263	3,7	94	5,7	41	7,7	26	9,7	12	11,7	4		
1,75	234	3,75	109	5,75	41	7,75	18	9,75	7	11,75	4		
1,8	252	3,8	96	5,8	41	7,8	20	9,8	12	11,8	6		
1,85	266	3,85	108	5,85	29	7,85	12	9,85	10	11,85	6		
1,9	231	3,9	101	5,9	41	7,9	19	9,9	11	11,9	7		
1,95	203	3,95	104	5,95	38	7,95	19	9,95	8	11,95	8		
2	254	4	100	6	35	8	13	10	7	12	3		

BILAG2: Forsøgsdata taget over 4 timer

t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl	t/ μ s	Tæl
0,05	0	2,05	0	4,05	0	6,05	0	8,05	0	10,05	0	12,05	0
0,1	0	2,1	0	4,1	0	6,1	0	8,1	0	10,1	1	12,1	0
0,15	0	2,15	0	4,15	0	6,15	0	8,15	0	10,15	0	12,15	0
0,2	0	2,2	0	4,2	1	6,2	0	8,2	0	10,2	0	12,2	0
0,25	0	2,25	21	4,25	8	6,25	4	8,25	2	10,25	0	12,25	1
0,3	0	2,3	30	4,3	7	6,3	5	8,3	0	10,3	1	12,3	1
0,35	0	2,35	19	4,35	15	6,35	2	8,35	2	10,35	1	12,35	0
0,4	0	2,4	12	4,4	8	6,4	3	8,4	2	10,4	1	12,4	0
0,45	0	2,45	0	4,45	0	6,45	0	8,45	1	10,45	0	12,45	0
0,5	0	2,5	1	4,5	1	6,5	0	8,5	0	10,5	0	12,5	0
0,55	1	2,55	0	4,55	0	6,55	0	8,55	0	10,55	0	12,55	0
0,6	0	2,6	0	4,6	1	6,6	0	8,6	0	10,6	0	12,6	0
0,65	19	2,65	19	4,65	7	6,65	4	8,65	3	10,65	1	12,65	2
0,7	40	2,7	16	4,7	6	6,7	2	8,7	2	10,7	2	12,7	2
0,75	29	2,75	14	4,75	7	6,75	4	8,75	1	10,75	2	12,75	0
0,8	40	2,8	14	4,8	5	6,8	2	8,8	4	10,8	1	12,8	0
0,85	1	2,85	0	4,85	0	6,85	0	8,85	0	10,85	0		
0,9	1	2,9	0	4,9	0	6,9	0	8,9	0	10,9	0		
0,95	0	2,95	0	4,95	0	6,95	0	8,95	0	10,95	0		
1	0	3	0	5	0	7	0	9	0	11	0		
1,05	43	3,05	16	5,05	5	7,05	1	9,05	2	11,05	0		
1,1	36	3,1	16	5,1	8	7,1	2	9,1	1	11,1	3		
1,15	40	3,15	11	5,15	3	7,15	3	9,15	3	11,15	0		
1,2	33	3,2	11	5,2	6	7,2	2	9,2	2	11,2	3		
1,25	0	3,25	0	5,25	0	7,25	0	9,25	0	11,25	0		
1,3	0	3,3	0	5,3	0	7,3	0	9,3	0	11,3	0		
1,35	0	3,35	0	5,35	0	7,35	0	9,35	0	11,35	0		
1,4	0	3,4	0	5,4	0	7,4	0	9,4	0	11,4	0		
1,45	25	3,45	8	5,45	7	7,45	2	9,45	1	11,45	3		
1,5	34	3,5	6	5,5	10	7,5	4	9,5	2	11,5	1		
1,55	29	3,55	11	5,55	7	7,55	4	9,55	1	11,55	1		
1,6	36	3,6	17	5,6	8	7,6	1	9,6	2	11,6	2		
1,65	1	3,65	0	5,65	0	7,65	0	9,65	0	11,65	0		
1,7	0	3,7	0	5,7	0	7,7	0	9,7	0	11,7	0		
1,75	0	3,75	0	5,75	0	7,75	0	9,75	0	11,75	0		
1,8	0	3,8	0	5,8	0	7,8	0	9,8	0	11,8	0		
1,85	26	3,85	16	5,85	5	7,85	3	9,85	1	11,85	1		
1,9	29	3,9	6	5,9	6	7,9	3	9,9	1	11,9	0		
1,95	26	3,95	9	5,95	0	7,95	2	9,95	2	11,95	1		
2	22	4	12	6	6	8	1	10	3	12	1		